

Uppgifter där man räknar med slutsiffran eller slutsiffrorna

Utgå från ett tal med slutsiffran 4. Addera till detta ett tal som också har slutsiffran 4. Matematiskt skrivs detta

$$4 + 4 \equiv 8.$$

Vi fortsätter att addera ett tal med slutsiffran 4 och får då

$$4 + 4 + 4 \equiv 2.$$

Fortsätter man på samma sätt erhåller man slutsiffrorna 4, 8, 2, 6, 0, 4 ... Alla tänkbara slutsiffror kommer tydligen inte med i uppräkningsen.

Några uppgifter

7. Undersök vilka slutsiffror som med samma metod kommer att resultera i en uppräkning av alla siffrorna 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9.

8. Samma metod kan resultera i en uppräkning av en, två, fem eller tio siffror. Undersök vilka slutsiffror som ger en uppräkning av en, två, fem eller tio siffror.

9. Det kan alltså uppstå en, två, fem eller tio siffror i uppräkningsen när man gör på ovanstående sätt. Vad särskiljer talen 1, 2, 5 och 10 i detta sammanhang, från t.ex. talet 3? (Kanske en svår fråga!)

10. Gör motsvarande undersökning som i uppgifterna ovan, men genom att beakta de två sista siffrorna i talen. (Kanske en jobbig uppgift!)

11. Tar man bara hänsyn till slutsiffran så gäller att $5 \cdot 5 \equiv 5$. Resultatet blir alltså detsamma som det tal man multiplicerar med sig självt. Att göra så kallas att man "tar talet 5 i kvadrat". Eftersom resultatet också blir 5, så säger man att "talet 5 är idempotent vid multiplikation modulo tio". Finns det fler tal som är idempotenta vid multiplikation modulo tio? I så fall, vilka är de?

12. Försök finna vilka tal som är idempotenta vid multiplikation modulo 100. Skriv gärna ned dem. (Här kommer en miniräknare till sin rätt.)

När man multiplicerar ett tal med något tal som har de två sista siffrorna 01, så kommer talets slutsiffror att förbli oförändrade. Till exempel är $168 \cdot 1301 = 218568$. Med vårt nya skrivsätt blir detta $68 \cdot 01 \equiv 68$. Eftersom ingenting händer med de två sista siffrorna när man multiplicerar ett tal med ett annat tal med slutsiffrorna 01, så kallas tal med dessa slutsiffror "neutrala" (i detta sammanhang). Med vårt nya skrivsätt är alltså 01 neutralt "element", som man säger.

$79 \cdot 19 = 1501$. Med vårt nya beteckningssätt kan detta skrivas $79 \cdot 19 \equiv 01$. Resultatet blir alltså det neutrala elementet. Därmed kallas 79 och 19 för varandras *inverser*. (Observera att begreppet "invers" definieras olika i olika sammanhang.)

Fler uppgifter

13. Försök att finna tal som har inverser vid multiplikation, då man beaktar de två sista siffrorna. (Det är inte alla tal som har invers. En miniräknare är till stor hjälp i detta sammanhang.)

14. Notera vilka nyckelpar som är användbara om man vill kryptera med hjälp av multiplikation och använder de båda sista slutsiffrorna. (Här bör man använda en miniräknare.)