

# Begåvade elever i matematikklassrummet

Karlskrona  
9 januari 2017

Attila Szabo  
Stockholms Universitet  
Utbildningsförvaltningen Stockholms stad

# Matematisk begåvning diskuteras ur följande perspektiv – baserat på en analys av runt 200 forskningsartiklar (1953-2014)

- Definition av matematisk begåvning
- Identifiering av matematisk begåvning
- Utveckling av matematiskt begåvade elever

# Allmän begåvning – divergenta modeller

- IQ-tester (Binet, 1905; Terman, 1937)
- Three-ring conception (Renzulli, 1978) – begåvning är ett samspel mellan *talang*, *kreativitet* och *uthållighet*
- I en vidareutveckling av "three-ring conception" tas hänsyn även till *analytiska* och *praktiska* förmågor (Sternberg, 1998)
- Enligt postmoderna modeller formas begåvning av flera samverkande faktorer, som t.ex. *anlag* och *förverkligade anlag* (Mönks, 2009) eller *tidiga prestationer, handlingar* och *miljöbetingelser* (Ziegler, 2010)

# Matematisk begåvning

- Komponenter i matematisk förmåga (Krutetskii, 1976; Leikin, 2014)
  - förmågan att *insamla* och *formalisera matematisk information*  
t.ex. förmågan att upptäcka den formella strukturen i ett matematiskt problem
  - förmågan att *bearbeta matematisk information*  
t.ex. att tänka logiskt, att uttrycka sig med hjälp av matematiska symboler, att effektivt generalisera samband, att förkorta matematiska resonemang och tillhörande beräkningar, flexibilitet i tänkandet
  - förmågan att *minnas matematisk information*  
s.k. *matematiskt minne*, dvs. ett generaliserat minne för matematiska samband
  - en allmän och sammansatt förmåga, som manifesteras i ett *matematiskt sinnelag*.

# Identifiering av matematisk begåvning

- Blandade metoder i 70% av studier
  - matematiska tester (60% av dessa)
  - elevers resultat i ämnet (60% av dessa)
  - IQ test (40% av dessa)
  - modell för matematisk begåvning (12% av dessa)
- Endast elevers resultat i ämnet (12%)
- Endast IQ test (10%)
- Endast lärares bedömning (4%)

# Utveckling av matematisk begåvning i det heterogena klassrummet

- Eleverna uppskattar om läraren (Leikin, 2010):
  - ger positiv uppmärksamhet och förväntar sig att eleverna arbetar hårt
  - älskar ämnet och uppmanar eleverna att använda sin fantasi vid problemlösning
  - uppmanar till strukturerat och kritiskt tänkande, är fördomsfri samt gläder sig åt elevernas framgång
- Undervisningens utformning (Rotiger & Fello, 2005):
  - differentierade instruktioner (snabbare arbetstempo)
  - flexibla grupperingar (svårighetsgrad, prestationsnivå)
  - anpassad teknologi och kontakt med mentorer

# Utveckling av matematisk begåvning i det heterogena klassrummet

- Differentierade instruktioner
  - lärarna upplever att det är meningsfullt att arbeta med differentierade instruktioner (Hootstein, 1998)
  - matematiklärare anser att de har tillräckligt hög kompetens för att använda differentierade instruktioner i det heterogena klassrummet (Shayshon et al., 2014)
  - det är ovanligt att lärarna använder differentierade instruktioner i sin undervisning (Schumm & Vaughn, 1991)
- Endast en studie undersöker metodernas effekt empiriskt (Reed, 2004)

# Utveckling av matematisk begåvning i det heterogena klassrummet

- Begåvade elever – till skillnad från övriga elever – uppskattar om läraren (Leikin, 2016):
  - har känsla för humor
  - uppmuntrar eleverna till att agera självständigt



# Utveckling av matematisk begåvning – acceleration

- Begåvade elever lär sig snabbt och blir uttråkade av rutinuppgifter och repetition (t.ex. Krutetskii, 1976; Rogers, 2007; Sowell, 1993)
- Eleven går kvar i sin ordinarie klass men läser avancerade kurser i andra grupperingar
  - tidigt utvecklade (precocious) elever uppvisar bättre resultat i 13 av 14 studier (årskurs 7-12)
  - frivillig, tidsbestämd acceleration där undervisningen är anpassad till elevens förkunskaper och kapacitet ger utmärkta resultat
- Bör begåvade elever betraktas som tidigt utvecklade?
  - det fanns inga kvalitativa skillnader i problemlösning mellan begåvade 9-åringar jämfört med normalpresterande 13-åringar (705 elever) (Threlfall & Hargreaves, 2008)

# Utveckling av matematisk begåvning – nivågruppering

- Prestationshomogena grupper bildas utanför ramarna för ordinarie undervisning (t.ex. Sowell, 1993; Hunt, 1996)
  - uppgifterna bör vara utmanande
  - man bör undvika att ha begåvade och "typiskt högpresterande" elever i samma grupp
  - bättre studieresultat i 80% av studierna
  - elever knyter sociala band och utmanas matematiskt av sina kamrater
  - det uppskattas att gruppen arbetar snabbt och individerna kan lösa uppgifterna i sin egen takt
  - den akademiska självkänslan påverkas inte nämnvärt (Preckel et al., 2010)

# Utveckling av matematisk begåvning – nivågruppering

- Nivågrupperingar är i nästan alla avseenden till flickornas fördel (Schober et al., 2004)
- Långvariga allmänna nivågrupperingar kan ha negativ inverkan på högpresterande elevers – framför allt flickors – självkänsla och attityd till ämnet (Boaler et al., 2000)

# Begåvade elevers attityder till olika arbetssätt

- Kooperativt arbete i heterogena grupper (t.ex. Hunt, 1996; Li & Adamson, 1992; Rogers, 2007; Robinson, 1990)
  - inga positiva effekter på elevernas prestationer
  - oftast är det svårt att ge differentierade instruktioner
  - arbetssättet möter inte elevernas utvecklingsbehov
  - obalans i arbetet, pga. att vissa arbetar mer än andra
  - de arbetar helst individuellt i heterogena grupper
- De föredrar grupparbete i homogena grupper endast om uppgiften är tillräckligt utmanande (Diezmann & Waters, 2001)

# Motivation och kognitiva faktorer

- Begåvade elever har en högre nivå av inre motivation (Hong & Aquí, 2004; Vlahovic-Stetic et al., 1999)
  - de är mindre ängsliga inför ämnet och upplever att de har goda matematiska förmågor
  - de tillskriver mindre betydelse åt yttre faktorer och ansträngning när det gäller deras goda resultat
  - de tillskriver mindre betydelse åt yttre faktorer och egna förmågor vid deras tillkortakommanden i ämnet
- Kontakten med experter är avgörande för utmärkta framtida prestationer (Rábai, 2007)

# Kamraters uppfattning och begåvade elevers självuppfattning

- Coleman och Cross (2014) samt Händel et al. (2013) visar att matematiskt begåvade elever:
  - uppfattas som mer intelligenta och samvetsgranna, men också mindre sällskapsliga än elever som är begåvade i språk eller i idrott
  - upplever själva att det är ett socialt handikapp att vara begåvad i matematik och naturvetenskap och försöker minimalisera effekterna av deras begåvning i interaktionen med sina kamrater
  - är intresserade av studier, arbetar hårt i skolan och vill prestera väl på prov
  - trivs bäst i homogena grupper

# Könsskillnader mellan begåvade elever

- Inga skillnader när det gäller motivation, den egna uppfattningen om begåvning, kamraters uppfattning om begåvning samt kooperativa arbetssätt i heterogena grupper, dvs. de vill arbeta för sig själva och i sin egen takt
- Skillnader mellan flickor och pojkar:
  - pojkarna är mer tävlingsinriktade (Li & Adamson, 1992)
  - flickor anstränger sig mer på gymnasiet (Hong & Aqiu, 2004)
  - flickor avbryter avancerade gymnasiekurser för att välja mindre krävande kurser (Stutler, 2005)
  - skillnaderna kan vara kulturellt betingade (Freeman, 2004)

# Könsskillnader mellan begåvade elever

- Matematikundervisning i könshomogena grupper (Stutler, 2005)
  - flickor presterar bättre än pojkar
  - flickorna bryr sig mer än pojkarna om att gruppen är homogen
  - flickorna trivs med tävlingsinriktade arbetssätt och är mindre oroliga
  - pojkarna uppger att deras resultat i och motivation för ämnet inte påverkas av den homogena grupperingen



# Begåvade elevers problemlösning

- Påtagliga kvalitativa skillnader vid användande av det matematiska minnet (Krutetskii, 1976; Szabo, 2015)
- Begåvade 9-åringar presterar ungefär som genomsnittliga 13-åringar (Threlfall & Hargreaves, 2008)
- Vill hellre veta varför, istället för hur man gör något samt uppskattar utmanande uppgifter som har mer djup och mindre bredd (Tretter, 2005)
- Använder färre kognitiva strategier jämfört med matematiskt kreativa elever (Hong & Aquino, 2004)
- Presterar genomsnittligt i nya matematiska områden (Ko & Lee, 2011)

# Är matematiskt begåvade elever högpresterande i matematik?

- Begåvade elever är oftast högpresterande (Krutetskii, 1976)
- Både begåvning och prestationer kan ändras under individens livstid (Juter & Sriraman, 2011; Ziegler, 2010)
- Men studier visar att
  - typiskt högpresterande elever är plikttrogna, följsamma och icke-flexibla problemlösare (Brandl, 2011; Szabo, 2015)
  - matematiskt begåvade elever är flexibla och högklassiga problemlösare, dvs. individualister som tänker utanför boxen (Brandl, 2011; Leikin, 2014)
- Många begåvade elever underpresterar i skolan

# Kort sammanfattning

- Acceleration och nivågruppering fungerar väl om:
  - den är frivillig och tidsbestämd, samt om
  - både undervisning och innehåll är anpassade till elevens förkunskaper och kapacitet
- Begåvade elever upplever att det är ett socialt handikapp att vara begåvad i matematik och försöker minimalisera deras begåvning i interaktionen med sina kamrater
- Det är skillnad mellan högpresterande och matematiskt begåvade elever
- Flickor anstänger sig mer, är mer ängsliga och presterar bättre i könshomogena grupper

## Kort sammanfattning

- Problemet är komplext och våra identifieringsinstrument är trubbiga – många begåvade elever kommer att förbli oidentifierade under en lång tid framöver
- Långvariga, påtvingade nivågrupperingar är problematiska
- Begåvade elever bör undervisas av utmärkta lärare (t.ex. Thornton & Peel, 1999; Karp & Busev, 2015)
- Det finns ingen utvecklingsmodell som passar för alla matematiskt begåvade elever
- Alla åtgärder bör utgå från ömsesidig respekt mellan lärare och elever och leda till att varje elev upplever personlig tillfredsställelse i samband med aktiviteterna

**Tack för er uppmärksamhet!**