

Diofantiska ekvationer

Problem 1.

Ett äpple kostar 4 kr och ett en kola 25 kr per styck. Marko köper kolor och äpplen för 135 kr, hur mycket köpte han av varje?

Problem 2.

Lös $37x + 15y = 1$.

Problem 3.

På en biograf kostar biljetterna 40 kr/st. Vart tionde besökare får dock gå in gratis och vart hundra besökare får dessutom en gåva på 1000 kr. En kväll inbringar man 8400 kr, hur många besökare kom?

Kvadratkomplettering, faktorisering och ekvationer

Problem 4.

Kvadratkomplettera

- a) $x^2 + 3x + 5$
- b) $4x^2 + x + 7$
- c) $x^2 - 36x$
- d) $6x - 9x^2$
- e) $9x^2 + 12xy + 4y^2$
- f) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz$
- g) $x^4 + 2y^2 + z^2 + 2x^2y + 2yz$

Problem 5.

Faktorisera

- a) $x^2 - 4$
- b) $x^6 - 9x^4 + 27x^2 - 27$
- c) $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$

Problem 6.

Förenkla

$$\frac{a^2 + 2a - 80}{a^2 - 2a - 120}$$

Problem 7.

Det reella talet a uppfyller $a + \frac{1}{a} = 1$. Vad är $a^4 + \frac{1}{a^4}$?

Problem 8.

Lös ekvationen

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + 2 = 0$$

med hjälp av en smidig substitution.

*Problem 9. **

Lös ekvationen

$$x^4 - 97x^3 + 2012x^2 - 97x + 1 = 0$$

Använd substitutionen $y = x + \frac{1}{x}$ samt det faktum att polynomet är symmetriskt.

*Problem 10. **

Hitta det största heltalet n , för vilket

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{nx} + \frac{1}{x+1} = 0$$

har reella lösningar.

*Problem 11. **

Lös ekvationen

$$\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{4x-1} + \frac{1}{7x-1} = 1$$

Övriga problem

Problem 12.

Ett oändligt stort schackbräde har ett tal på varje ruta vilket är medelvärdet av talen på de angränsande rutorna. Bevisa att alla tal är lika.

*Problem 13. **

För vilka naturliga tal a , b , c och x har följande ekvation lösning? Hur förhåller sig c till a och b ?

$$n^a + n^b = n^c$$