

Begåvade elever i matematikklassrummet

I den nionde artikeln i Nämnarens serie om elever särbegåvade i matematik får vi ta del av en forskningsöversikt om undervisning av dessa elever och deras sociala situation i matematikklassrummet. I översikten ges flera förslag på åtgärder på olika nivåer som kan ha goda effekter på begåvade elevers kunskapsutveckling och hur de vill bli bemötta.

Forskningsöversikten *Matematikundervisning för begåvade elever* publicerades 2017 i Nomad, Nordisk Matematikdidaktikk. Där visas att det finns några åtgärder, exempelvis frivillig och tidsbegränsad acceleration i matematik där undervisningen är anpassad till elevens förutsättningar eller arbete med utmanande uppgifter i särskilda grupper för begåvade elever, kan ha goda effekter på dessa elevers kunskapsutveckling. Vidare antyder översikten att det kan uppfattas som problematiskt att vara begåvad i matematik, att matematiskt begåvade elever föredrar vissa arbetssätt framför andra, samt att begåvade flickor upplever somliga delar av matematikundervisningen annorlunda jämfört med motsvarande grupp pojkar.

I denna artikel redogör jag främst för de pedagogiska och organisatoriska metoder, relaterade till begåvade elevers matematikundervisning, som fokuseras i forskningslitteraturen. I förekommande fall diskuterar jag även dessa metoders empiriska grunder, dvs metodernas effekt på begåvade elevers kunskapsutveckling i praktiken.

Varför behövs en forskningsöversikt?

En viktig anledning till att forskningsöversikten togs fram är att undervisning av matematiskt begåvade elever innebär särskilda utmaningar för skolsystemet och att den relativt stora mängden metoder som förordas inom forskningsfältet ofta leder till att lärare är osäkra på vilka metoder som lämpar sig bäst för den egna praktiken. Utöver det indikeras att brist på anpassad undervisning och bemötande leder till att en icke försumbar andel begåvade elever presterar långt under sina förmågor, men också att då undervisningen anpassas till dessa elevers behov och förutsättningar kommer de att prestera i nivå med sin potential.

Vad är allmän begåvning?

De första försöken att definiera allmän begåvning härrör från psykologin och har under större delen av 1900-talet dominerats av så kallade psykometriska modeller som konkretiseras med hjälp av exempelvis IQ-tester. Enligt dessa modeller är begåvning medfödd och förändras endast marginellt under en individs livstid. Den omfattande kritiken mot psykometriska modeller i slutet av 1900-talet grundade sig bland annat i studier som har visat att begåvning kan svänga betydligt under skoltiden och att socioekonomisk bakgrund är minst lika betydelsefull inför framtida topprestationer som resultat på IQ-tester. Detta har lett till modernare definitioner av begåvning.

Enligt de moderna definitionerna är begåvning ett samspel mellan en mångfald förmågor och oftast begränsad till individens prestationer inom ett visst område. Följaktligen betraktas exempelvis intellektuella förmågor, kreativitet och uthållighet som viktiga beståndsdelar i allmän begåvning och det har indikerats att även analytiska, kreativa och praktiska förmågor är avgörande för individens prestationer. Översikten visar också att det inte finns några enhetliga definitioner av begreppen förmåga, talang, begåvning, särskild begåvning och särbegåvning, samt att dessa begrepp ofta används som synonymer inom forskningsfältet. Jag har valt att i denna artikel använda uttrycket begåvade elever när jag refererar till elever med förträffliga intellektuella förmågor.

Vad är matematisk förmåga?

De första dokumenterade ansatserna för att avgränsa matematiska förmågor härrör från intervjuer med Harvardstudenter under slutet av 1800-talet och visar bland annat att identifiering och värdering av information samt logiska resonemang är nödvändiga i matematiska sammanhang, att det inte finns skillnader i förmågan att memorera information mellan matematiker och övriga studenter och att det inte finns några signifikanta skillnader mellan män och kvinnor när det gäller utförandet av matematiska aktiviteter.

Dessa ansatser har följts av en lång rad studier som – liksom studier som undersökte begåvning i allmänhet – har haft psykometriska grunder och därmed inte kunnat leverera en tillräckligt nyanserad bild av matematisk förmåga. Det hittills mest betydande bidraget inom området genomfördes av den ryske forskaren Vadim Krutetskii som i en longitudinell studie åren 1955–1966 observerade cirka 200 elever. Detta resulterade i en komplex och dynamisk modell av matematisk förmåga, med följande huvudsakliga komponenter:

- ♦ förmågan att insamla och formalisera matematisk information, vilket innebär att upptäcka den formella strukturen i ett matematiskt problem
- ♦ förmågan att bearbeta matematisk information, dvs att tänka logiskt och flexibelt, att effektivt kunna generalisera samband, att förkorta matematiska resonemang, samt en strävan efter klarhet, elegans och rationalitet i lösningar
- ♦ förmågan att minnas matematisk information, vilket kan beskrivas som ett generaliserat minne för matematiska samband och problemlösningsmetoder
- ♦ en mer allmän och sammansatt förmåga, som ges uttryck åt i ett matematiskt sinnelag.

Nyare modeller av matematisk förmåga bygger i huvudsak på Krutetskiis modell, även om de oftast är mer detaljerade med avseende på ingående komponenter. I sammanhanget bör det nämnas att mindre utvecklade förmågor kompenseras i stor utsträckning av förmågor som är mer utvecklade och att matematiskt begåvade elever oftast är högpresterande i matematik. När det gäller identifiering av matematisk begåvning – med tanke på den matematiska förmågans komplexa natur – föreslås det att hänsyn inte endast tas till elevens betyg i ämnet. Även om eleven är högpresterande i matematik, behövs det ytterligare utredning, som exempelvis samtal med elevens lärare och föräldrar eller med experter i ämnet, för att avgöra om eleven är matematiskt begåvad.

Metoder rekommenderade inom forskningsfältet

Analysen av de forskningsartiklar som ingår i översikten visar att det framför allt är tre organisatoriska metoder som rekommenderas: differentierad undervisning i heterogena klassrum, acceleration i ämnet och undervisning i särskilda grupper för begåvade elever.

När det gäller bemötandet i heterogena klassrum, dvs "vanliga" blandade klasser där eleverna är grupperade enligt ålder, så uppskattar begåvade elever om matematikläraren:

- ♦ uppmärksammar eleverna positivt
- ♦ förväntar sig att eleverna arbetar hårt
- ♦ uppmuntrar dem att använda sin fantasi
- ♦ uppmäntar till strukturerat och kritiskt tänkande
- ♦ är fördomsfri och gläds åt elevernas framgång.

Vidare, med avseende på den differentierade undervisningens utformning i heterogena klassrum, rekommenderas följande åtgärder:

- ♦ differentierade instruktioner som även kan inkludera snabbare arbetstempo
- ♦ flexibla grupperingar i klassrummet beroende på uppgifternas svårighetsgrad
- ♦ arbete med öppna matematiska problem som eleverna kan lösa på sin egen prestationsnivå
- ♦ fördjupning i ett matematiskt område som eleverna är intresserade av
- ♦ tillgång till mentorer för begåvade elever
- ♦ teknologi som erbjuder möjligheter att utforska komplexa matematiska frågeställningar.

Acceleration i matematik syftar på att eleven läser, för sin ålder, avancerade kurser. Oftast organiseras detta så att eleven deltar i den ordinarie undervisningen med sin klass, men studerar kurser som är avsedda för äldre elever. Översikten antyder att acceleration lämpar sig bäst för yngre begåvade elever, exempelvis kan en begåvad elev i årskurs 3 läsa matematik med en klass i årskurs 6, medan den fortsätter med den ordinarie undervisningen för årskurs 3 i övriga ämnen.

Särskilda grupper för, i det här sammanhanget begåvade elever, syftar på mötesplatser och undervisning som organiseras utanför det ordinarie klassrummet. Rekommendationen är att eleverna vid dessa möten löser och diskuterar utmanande matematiska problem som har mer fokus på *varför* man gör något istället på *hur* man gör det samt har mer djup i ett visst matematiskt område. Alltså kan dessa särskilda grupper med fördel vara åldersblandade på respektive skola. Översikten antyder att matematiskt begåvade grundskoleelever som studerar i särskilda grupper under minst ett års tid presterar avsevärt bättre än motsvarande grupp elever som endast undervisas i vanliga klassrum. En förklaring till detta är att eleverna vid dessa möten får möjligheter att knyta sociala band och att utmanas matematiskt av de kamrater som befinner sig på samma kunskapsnivå och har liknande intressen.

När det gäller effekterna av nämnda metoder indikerar översikten att väl genomförd undervisning i särskilda grupper, tillika väl förberedd acceleration i ämnet, har bättre effekt på begåvade elevers motivation och kunskapsutveckling jämfört med differentierad undervisning i heterogena klassrum. Men översikten visar också att för att undervisning i särskilda grupper eller acceleration inom ämnet ska leda till önskad effekt, bör vissa kriterier vara uppfyllda: elevernas deltagande i dessa program bör vara frivillig och tidsbegränsad, läraren som undervisar dessa grupper bör tycka om och vara lämpad för att arbeta med begåvade elever samt att uppgifter och material som eleverna jobbar med är anpassade till elevernas kunskapsnivå och intressen.

Annat som är viktigt att tänka på

Vid sidan av nämnda rekommendationer antyder översikten också att begåvade elever föredrar vissa arbetssätt framför andra, att begåvade flickor upplever en del aspekter av matematikundervisningen annorlunda jämfört med begåvade pojkar, samt att det finns skillnader mellan matematiskt begåvade elever och elever som är typiskt högpresterande i matematik. Till exempel indikerar nästan alla artiklar att matematiskt begåvade elever arbetar snabbt och har en hög nivå av inre motivation, att de inte gillar repetition och rutinuppgifter, samt att de inte trivs med det vanligast förekommande grupparbetet i skolan, dvs med arbete i heterogena grupper. En konsekvens av detta är att begåvade elever blir oengagerade i den undervisning som vanligtvis förekommer i heterogena klassrum. När dessa elever befinner sig i blandade grupper föredrar de att arbeta för sig själva och i sin egen takt. Däremot, som redan nämnts, trivs dessa elever utmärkt i homogena grupper tillsammans med elever som befinner sig på samma kunskapsnivå som de själva och som har ett brinnande intresse för ämnet.

Översikten visar också att en del matematiskt begåvade elever befinner sig i en utsatt position i heterogena klassrum. Dessa elever upplever, trots att de arbetar hårt och är engagerade i skolan, att de inte är socialt accepterade av sina klasskamrater. Följaktligen känner de sig annorlunda eller främmande jämfört med sina klasskamrater och försöker minimalisera effekterna av sin begåvning i interaktionen med dem. Detta leder ofta till personlig sorg hos dessa elever och deras anhöriga samt till felaktig diagnostisering av begåvade elever.

När det gäller könsskillnader mellan begåvade elever antyder översikten dels att begåvade pojkar generellt föredrar tävlingsinriktade arbetssätt i heterogena klassrum, dels att en relativt hög andel begåvade flickor (framför allt på

högstadiet och gymnasiet) anstränger sig mer på matematiklektionerna, känner sig mer ängsliga inför ämnet och avbryter sina studier på matematikintensiva utbildningar för att välja en mindre krävande utbildning. Men det finns även studier som visar att om matematiskt begåvade mellanstadieelever studerar i könshomogena grupper, dvs flick- respektive pojkgrupper, blir arrangementet nästan uteslutande till flickornas fördel. Flickorna i dessa grupper inte bara presterade bättre i matematik, de studerade bättre, var mindre oroliga och trivdes med tävlingsinriktade arbetssätt. Det bör också nämnas att en del könsskillnader mellan begåvade elever kan vara kulturellt betingade. I länder där matematik och naturvetenskap uppfattas som ett traditionellt manligt område tenderar flickor att ha både sämre självkänsla och att prestera sämre i matematik jämfört med pojkar.

Avslutande reflektion

Efter att ha presenterat några arbetssätt som rekommenderas inom forskningsfältet samt nämnt vissa aspekter av begåvade elevers upplevelser i samband med matematikundervisningen, kan man naturligtvis fråga sig vilket stöd dessa rekommendationer och observationer har i praktiken. Därför bör det nämnas att ungefär hälften av de analyserade artiklarna har empirisk grund och de är baserade på forskarnas egna studier om begåvade elever, medan resten av texterna grundar sig i analyser av forskningslitteratur eller av studier som har genomförts av andra forskare.

När det gäller de empiriska studierna har det visat sig att observationer av allmänt begåvade elever som har goda resultat i matematik är nästan tre gånger vanligare än observationer av matematiskt begåvade elever. Följaktligen har vi god anledning att anta att de flesta resultaten i de refererade studierna gäller just begåvade elever med goda resultat i matematik, alltså inte matematiskt begåvade elever specifikt. Bortsett från detta så visar de empiriska studierna på ett övertygande sätt att väl avvägda accelerationsprogram och väl förberedd undervisning i särskilda grupper har mycket goda effekter på – framför allt yngre – begåvade elevers kunskapsutveckling i matematik. Empirin är också entydig när det gäller dessa elevers ovilja mot repetitiva uppgifter och mot grupparbete i blandade grupper, men också i erfarenheten att de uppskattar att arbeta tillsammans med kamrater som är på samma kunskapsnivå och betraktar matematiken på samma sätt som de själva gör.

Att identifiera matematiskt begåvade elever

Ett annat återkommande tema i de studerade forskningsartiklarna är identifiering av matematiskt begåvade elever. Eftersom min översikt inte har haft som målsättning att diskutera identifiering av begåvade elever har jag inte genomfört en djupgående analys av problematiken. Oavsett det bör det understrykas att begåvade elever i allmänhet och matematiskt begåvade elever i synnerhet utgör en divergent grupp individer i matematikklassrummet. Oberoende av vilken identifieringsmodell man använder, finns det inga utvecklingsinsatser eller arbetssätt som automatiskt passar alla begåvade elever. Det förhåller sig heller inte på det sättet att alla begåvade elever är högpresterande i matematik eller att högpresterande elever är matematiskt begåvade.

Problematiken är komplex och våra identifieringsmodeller är trubbiga, vilket leder till antagandet att många begåvade elever kommer att förbli oidentifierade även i framtiden. Då många studier visar att en optimal utveckling av matematisk förmåga förutsätter en högkvalitativ undervisning i ämnet rekommenderar jag en mer inkluderande syn på matematisk begåvning vid genomförandet av utvecklingsinsatser på den enskilda skolan. Även elever med stark motivation och intresse för matematiken, som kanske inte har toppbetyg i ämnet, bör erbjudas möjlighet att delta i utvecklingsinsatser. Jag tror att på det sättet kommer vi också att kunna nå de elever som kan vara matematiskt begåvade och intresserade för ämnet, men som inte skulle kunna identifieras med de metoder som den enskilda skolan har tillgång till. Därför blir min avslutande rekommendation att varje utvecklingsinsats baseras på ömsesidig respekt mellan lärare och elever och som leder till att eleverna upplever personlig tillfredsställelse i samband med sina matematiska aktiviteter.

LITTERATUR

- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school-children*. Chicago, IL: The University of Chicago Press.
- Mattsson, L. (2013). *Tracking mathematical giftedness in an egalitarian context*. Gothenburg: University of Gothenburg.
- Persson, R. S. (2010). Experiences of intellectually gifted students in an egalitarian and inclusive educational system: A survey study. *Journal for the Education of the Gifted*, 33(4), 536–569.
- Pettersson, E. (2011). *Studiesituationen för elever med särskilda matematiska förmågor*. Växjö: Linnaeus University Press.

- Szabo, A. (2017). Matematikundervisning för begåvade elever – en forskningsöversikt. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 22(1), 21–44.



Nordisk Matematikdidaktik, NOMAD – Nordic Studies in Mathematics Education – är en tidskrift för forskning och utvecklingsarbete i matematikämnets didaktik. Den vänder sig till alla som är intresserade av att följa utvecklingen inom detta kunskapsområde och till institutioner och miljöer som bedriver forskning, utvecklingsarbete och undervisning i matematikämnets didaktik.

bestallning.ncm.gu.se