

Möjligheternas Dag 2022

Hanne Månsson & Stefan Wagner

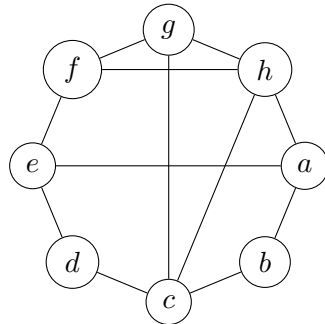
Institutionen för matematik och naturvetenskap
Blekinge Tekniska Högskola, Karlskrona

Att förflytta sig i en graf

Definition (Vandring, väg, stig, cykel).

1. En *vandring* i en graf är en vandring från hörn till hörn längs kanter. En vandring kan beskrivas genom att man räknar upp passerade hörn i ordning.
2. En *väg* är en vandring som inte använder samma kant flera gånger.
3. En *stig* är en väg som inte passerar samma hörn flera gånger.
4. En *krets* är en väg som är sluten, det vill säga börjar och slutar i samma hörn.
5. En *cykel* är en sluten stig.

Övning 1. Ange en vandring, en väg, en stig, en krets och en cykel i grafen G i Figur 1 nedan.



Figur 1: Grafen G .

Övning 2. Kortaste vägen mellan två punkter är alltid en stig. Förklara varför.

Definition (Sammanhängande graf). En graf är *sammanhängande* om det finns en stig mellan varje par av hörn i grafen. En graf som inte är sammanhängande sönderfaller i ett antal *sammanhängande komponenter*, det vill säga delar som var och en är sammanhängande men som saknar förbindelser.

Övning 3. Avgöra huruvida grafen G i Figur 1 är sammanhängande.

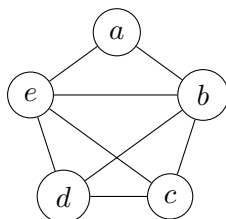
Övning 4. Ange ett exempel av en graf som ej är sammanhängande.

Övning 5. Fundera på något problem som kan illustreras med en graf som rimligen borde vara sammanhängande. Fundera även på något problem där grafen antagligen inte är sammanhängande.

Definition (Euler och Hamilton).

1. En *Hamiltonstig* är en stig som besöker varje hörn i grafen exakt en gång.
2. En *Hamiltoncykel* är en sluten Hamiltonstig.
3. En *Eulerväg* ären väg som går längs varje kant i grafen exakt en gång.
4. En *Eulerkrets* är en sluten Eulerväg.

Övning 6. Avgör huruvida “kuvertgrafan” K i Figur 2 nedan har en Hamiltonstig respektive Eulerväg.



Figur 2: Kuvertgrafan.

Övning 7. Avgör huruvida den kompletta grafen K_5 har en Hamiltoncykel respektive Eulercykel.

Övning 8 (Knepig!). Visa att Petersens graf har en Hamiltonstig

Övning 9 (Knepig!). Är det möjligt att gå in och ut ur den nedanstående ritade lägenheten på ett sådant sätt att varje dörr går igenom exakt en gång?

